

4.

ARITHMETICA RATIONALIS.



ACQUITTANCE

PLANTATION

ARITHMETICÆ
RATIONALIS
ELEMENTA QVATVOR

PETRI MENGOLI

*Prioris S. Magd. I. V. & Art. D. Colleg.
& Mechanici Bononien.*



BONONIÆ, M. DC. LXXIV.

Typis Hæredis Victorij Benatij. Superiorum permissu.

1. The first of these is the

the second is the

the third is the

the fourth is the

the fifth is the

the sixth is the

the seventh is the

the eighth is the

the ninth is the

the tenth is the

the eleventh is the

the twelfth is the

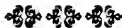
the thirteenth is the

the fourteenth is the

the fifteenth is the

Seneca ad Lucil. Epist. 90.

Rem utilem desideras, & ad sapientiam properanti utique necessariam, diuidi Philosophiam, & ingens corpus eius in membra disponi. Facilius enim per partes, in cognitionem totius adducimus. Et infra. Philosophiam in partes, non in frustra diuidam. Diuidi enim illam, non concidi utile est. Nam comprehendere quemadmodum maxima, ita & minima, difficile est. Describitur in tribus populus, in centurias exercitus. Quidquid in maius creuit, facilius agnoscitur, si discessit in partes: quas (ut dixi) innumerabiles esse, & paucas non oportet. Idem enim vitij habes nimia, quod nulla diuisio. Simile confuso est, quidquid usque in puluerem sectum est.





Berous vol. i. Consil. 100. num. 4.

DOCTORI BENE DISTINGVENTI
CREDENDVM EST,
CVM

secundum Senecam,

BENE DISTINGVENS PROXIMVS
SIT VERITATI.



Præmonitio ad Lectorem.



Vidam nostra intelligunt, pauci admodum; quidam non intelligunt, plurimi. Sed ex his aliqui viuidioris, & subtilioris Mineræ, si non superbè saperent, si non per saltum, neque cursim, sed humiliter, patienter, attentè legerent, proculdubio intelligerent; ij præsertim, qui Mathematicæ discendi methodo assueuerunt: nam in singulis nostris, disciplinæ fecunditas infinita, est intelligibilitatis argumentum irrefragabile. Qui si nolunt: quod sibi sentiant obscura esse, quæ tradimus; non vitio nostro vertant. Nam & Iurisprudentum dicta, & Medicorum textualium, sibi ipsis, antequam assuescerent, pariter videbantur obscura esse. Deinde meminerint hosce libros à nobis, aut nullo, aut vili pretio habuisse. Neque enim putauimus in vulgus vendenda esse, quæ paucis permissum est intelligere. Alijs verò, qui nec possunt nostra hæc sublimiora noua intelligere (nam ne in quorumlibet manus veniant, impossibile est prohibere) si qui forte sperabant, allekti titulo libelli, sibi tradi quidquam ex Arithmetica numerali; appendicula hic satisfaciam non contemnenda.

Problema Arithmeticum.

I Nuenire tres quadratos, vt duorum quorumlibet intervallum sit quadratus, & intervallum laterum ex duobus quibuslibet sit etiam quadratus.

Aliud

Aliud Problema Arithmeticum.

Quatuor numeros inuenire, quorum primus ad secundum, maior sit, quam tertius ad quartum: vt summa quadratorum primi, & secundi, sit quadratus; & summa quadratorum tertij, & quarti, sit quadratus; & productus ex quatuor sic inuentis, sit quadratus.

Fiat tabula ex duabus columnis, vt bini numeri sint è regione, in vna, & in altera columna, quorum summa quadratorum quadratus. In prima ergo columna sunt omnes numeri à ternario, 3, 4, 5, 6, & deinceps. In secunda columna sunt 4, 3, 12, 8, & deinceps, vt infra. Initium tabulæ est huiusmodi.

3	4
4	3
5	12
6	8

Porro in secunda columna alterni à primo sunt, vt 1 ad 3, vt 2 ad 4, vt 3 ad 5, vt 4 ad 6, & deinceps; nempe 4, 12, 24, 40, 60: reliquorum alterni à secundo sunt, vt 1 ad 5, vt 3 ad 7, vt 5 ad 9, vt 7 ad 11, & deinceps; nempe 3, 15, 35, 63, 99: reliqui à quarto sunt, vt 1 ad 3, vt 2 ad 4, vt 3 ad 5, vt 4 ad 6, & deinceps; nempe 8, 24, 48, 80, 120, dupli alternorum à primo.

Rursum ex antecedentibus in prima columna, sunt eorum, consequentes in secunda, his regulis. Si antecedens est impar; proximi minor semisse, & maior toto, producant consequentem: si antecedens est 7; ex 3, & 8, productus 24, est consequens: si antecedens est 9; ex 4, & 10, productus 40, est consequens. Si antecedens est par, proximi minor, & maior semisse, producant consequentem: si ante-

tece-

2, 2, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 247, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 287, 293, 299, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 437, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 473, 479, 481, 487, 491, 493, 497, 503, 509, 511, 517, 521, 523, 527, 531, 533, 537, 541, 547, 551, 557, 563, 569, 571, 577, 581, 583, 587, 593, 599, 601, 607, 611, 613, 617, 619, 623, 627, 631, 637, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 667, 671, 673, 677, 681, 683, 687, 691, 693, 697, 701, 703, 707, 709, 713, 719, 721, 727, 729, 733, 737, 739, 743, 749, 751, 757, 761, 763, 767, 769, 773, 779, 781, 783, 787, 791, 793, 797, 801, 803, 807, 809, 811, 813, 817, 819, 823, 827, 829, 833, 837, 839, 843, 847, 853, 857, 859, 863, 867, 869, 873, 877, 881, 883, 887, 891, 893, 897, 901, 903, 907, 909, 911, 913, 917, 919, 923, 927, 929, 933, 937, 939, 943, 947, 953, 957, 959, 963, 967, 969, 973, 977, 981, 983, 987, 991, 993, 997, 1000.

quæ poterit in infinitum produci.
 Iam ergo tentando, quisque poterit inuenire facile quatuor
 numeros non proportionales, binos, & binos, quorum
 productus quadratus. Huiusmodi autem duo tantum sunt
 exempla in tabula; quatenus vt supra producta. Nam
 quatuor non proportionales, duo, antecedens 2, 2, 3, &
 consequens 5, 7, & duo, antecedens 3, 5, & consequens 2,
 2, 3, 7, producant quadratum; nempe 12, 75, 15, 112.
 Item quatuor non proportionales, duo, antecedens 13, &
 consequens 2, 2, 3, 7; & duo, antecedens 3, 3, 3, & con-
 sequens 2, 2, 7, 13, producant quadratum; nempe 13, 84,
 27, 364.

Quare quatuor numeri 12, 15, 35, & 12, soluant secundum
 problema. Nam 12 ad 15, maior est, quam vt 35 ad 12.
 Et summa quadratorum 12, & 15, est quadratus 113.
 Et summa quadratorum 35, & 12, est quadratus 37. Et
 productus ex quatuor 12, 15, 35, 12, est quadratus pro-
 ducti ex 2, 2, 2, 3, 5, 7, nempe 840. Item si vice 12, &
 15, sumantur æque proportionales; & vice 35, & 12, æque
 proportionales, tum alterutrumque, tum utrumque sum-
 pti, variant & æque soluant problema.

Similiter quatuor numeri 364, 27, 84, & 13, soluant idem
 problema. Nam 364 ad 27, maior est, quam 84 ad 13;
 & summa quadratorum 364, & 27, est quadratus 365; &
 summa quadratorum 84, & 13, est quadratus 85. Et pro-
 ductus ex 364, 27, 84, 13, est quadratus producti ex 2, 2,
 3, 3, 7, 13, nempe 3177. Item æque proportionales 364,
 & 27,

& 27, aut 84, & 13, alterutrumque, vel utrumque substituti, variant, & æque solvunt problema.

Possunt ergo tentando, in tabula in infinitum producta, quatuor numeri inueniri, primus, secundus, tertius, & quartus, p, s, t, q : quorum p ad s , maior sit, quam ut t ad q ; & quorum $p^2 + s^2$ quadratus; & $t^2 + q^2$ quadratus; & $pstq$ quadratus. Possunt etiam variari, per æque proportionalium sumptiones, ad eiusdem solutionem problematis $3p, 3s, 2t, 2q$; aut $5p, 5s, 7t, 7q$, & aliter quocunque modo.

Pro solutione autem primi problematis, oportet quatuor huiusmodi numeros inuenire, quorum primus maximus omnium. Nam semidifferentia inter aggregatum quadratorum, à producto primi, & tertij, & producto secundi, & quarti, & aggregatum quadratorum, à producto primi, & quarti, & producto secundi, & tertij, est minimus quidam numerus: cui additus quadratus differentie productorum à primo, & quarto, & à secundo, & tertio, facit medium, quemdam numerum: & cui medio additus quadruplus productus à primo, secundo, tertio, & quarto, facit maximum numerum: quorum minimi, medij, & maximi, tres quadrati solvunt primum problema.

Minimus inquam numerus est $p^2t^2 + s^2q^2 - p^2q^2 - s^2t^2$ (2). Minimo additus $p^2q^2 - 2pstq + s^2t^2$, facit medium. Medio additus $4pstq$, facit maximum. Quorum ex constructione pater minimi, & medij differentiam esse quadratum à radice $pq - st$. Et quia $pstq$, est quadratus ex hypothese, patet $4pstq$, esse quadratum, differentiam medij, & maximi. Et est minimi, & maximi differentia $p^2q^2 + 2pstq + s^2t^2$, quadratus à radice, $pq + st$.

Rursum minimi, & medij, summa est $p^2t^2 - 2pstq + s^2q^2$, quadratus à radice $pt - sq$. Minimi, & maximi, summa est $p^2t^2 + 2pstq + s^2q^2$, quadratus à radice $pt + sq$. Medij, & maximi summa est, $p^2t^2 + s^2q^2 + p^2q^2 + s^2t^2$, pro-

productus à $p \cdot 2 + s \cdot 2$ quadrato, per $s \cdot 2 + q \cdot 2$, quadratum, & ipse quadratus.

Sed quorum summa, & differentia sunt quadrati, eorum à summa, & differentia productus, differentia est quadratorum, & ipse quadratus. Ergo minimi, & medij; minimi, & maximi; medij, & maximi, differentia quadratorum, sunt quadrati: & à minimo, medio, & maximo sic vt supra inuentis, tres quadrati solunt primum problema.

Itaque pro quatuor numeris secundi problematis 112, 15, 35, 12, tres numeri sunt 6658419½, 7329180½, 10151580½; vel eorum quadrupli 26633678, 29316722, 40606322, quorum quadrati, satisfaciunt primo problemati.

Itē pro quatuor numeris secundi problematis 364, 27, 84, 13, tres numeri sunt 453739664½, 459810960½, 502739664½, vel eorum quadrupli 1814958658, 1839243842, 2010958658, quorum quadrati, satisfaciunt primo problemati.



PRÆFATIO.



*N*umerorum doctrina, præ omnibus naturaliter perspecta, intelligentia potius mihi videtur, quam scientia: nam semper, tamen si novas,

et admirabiles, tamen immediata faciles evidentiæ, profert conclusiones exquisitoribus.

Huius unam partem numerorum, quos numerantes vocant, feliciter ab antecessoribus Mathematicis institutam accepi, et in Opusculis Via Regia, Novæ Quadraturæ, Geometria Speciosa, Circulo, Musica Specolatiua nuncupatis, promoui. Alteram vero posteriorem partem numeratorum numerorum, non habens, quasiui, et ecce inueni: quam in ultimo Opusculo Anno, tunc meditabundus pollicebar, atque hic studiosis veritatis lubens offero.

Subdiuiditur hac pars in duas Arithmeticas, Rationalem, et Realem. Rationalem voco à rationibus numeratis: Realem, à rebus.

Rationalis mihi accidit, ex usu longo Speciosa

A

ciosa

2
ciosa Algebra: quo animaduerti, quod in com-
muni Logica, a Philosophis hucusque usurpata,
qua Organum dicitur Aristotelis, una pars
princeps artis vacas, de diuisione. Quo in loco
nostra hac esse deinceps poterit Arithmetica.

Itaque ad euidentiam, Mathematica usus
methodo elementari, qua ipse quoque Aristot-
eles in libris Priorum, quatuor Arithmetica
Rationalis elementa composui, quatenus osten-
derem, hanc nostram contemplationem, innume-
rabilium theorematum fecundam esse.

Realem Arithmetica, mihi diuinitus tra-
ditam, luminique affusam natura (non enim est
abbreviata manus Domini) alia posterius me-
thodo intelligentia propria, per descriptiones, &
diuisiones, ex Rationali scilicet Arithmetica,
conferam in commune, si per Principum licen-
tiam potero.

ARI-

ARITHMETICÆ

RATIONALIS

ELEMENTVM PRIMVM.

DEFINITIONES.

- 1 **S**ignum est, quo vtimur ad significandum.
- 2 Significabile est, quod signo aliquo significamus.
- 3 Signa sunt; in voce, in scripto, in nutu, in gestu, & picta, & sculpta, in phantasia, in mente, in aliove quolibet exteriori, aut interiori significandi instrumento.
- 4 Terminus dicitur, signum in mente. aliàs, Ratio.
- 5 Terminabile dicitur, termino significabile.
- 6 Congruentes dicentur duo termini, quorum alterutro omne terminabile, est & altero terminabile.
- 7 Contradictorij dicentur duo termini, quorum omne non alterutro terminabile, est altero terminabile.
- 8 Duorum terminorum dicitur vnus in altero contineri, quorum vno omne terminabile, est & altero terminabile; sed non è contra.
- 9 Vnus quidem dicitur, Contentus.
- 10 Alter verò, Continens.
- 11 Contrarij dicentur duo termini, quorum alteruter, in alterius contradictorio continetur.
- 12 Aduersi dicentur duo termini, quorum alteruter, alterius continet contradictorium.
- 13 Diuersi dicentur duo termini, qui neque congruentes, neque contradictorij sunt, neque continens, & contentus, neque contrarij, neque aduersi.
- 14 Supremus dicitur terminus, qui in nullo alio termino continetur.

- 15 Ex duobus terminis, limitatus vnus terminus dicitur, quo significamus id solum, quod vtriusque simul est terminabile.
- 16 Ex tribus, aut pluribus terminis, limitatus vnus terminus dicitur, quo significamus id solum, quod simul omnibus est terminabile.
- 17 Et ex quibus limitatus est terminus, limitantes dicuntur.
- 18 Ex duobus terminis cumulatus vnus terminus dicitur, quo significamus omne terminabile, quod est alterutro terminabile, & non aliud quidpiam.
- 19 Item ex tribus, aut pluribus terminis, cumulatus vnus terminus dicitur, quo significamus omne, quod est singulatum omnibus terminabile, & non aliud quidpiam.
- 20 Et ex quibus cumulatus est terminus, cumulantes dicuntur.

AXIOMATA.

- 1 Si trium terminorum primus congruit secundo, & secundus tertio: etiam primus congruit tertio.
- 2 Quod si primus congruit secundo, & secundus in tertio continetur: etiam primus in tertio continetur.
- 3 Item si primus in secundo continetur, & secundus tertio congruit: primus in tertio continetur.
- 4 Quod si primus in secundo continetur, & secundus in tertio: etiam primus in tertio continetur.
- 5 Limitatum ex aliquot terminis, limitant ex iisdem omnibus, quomodolibet assumptis, termini limitati.
- 6 Cumulatum ex aliquot terminis, cumulant ex iisdem omnibus, quomodolibet assumptis, termini cumulati.

POSTULATA.

- 1 Postuletur, vt dati cuiusque termini non supremi, contradictorium terminum assumere concedatur.
- 2 Et ex datis duobus non contradictorijs, neque contrarijs quibusque terminis, limitatum assumere.
- 3 Et ex datis duobus quibusque, cumulatum assumere.

THEO-

THEOREMA PRIMUM. PROPOSITIO PRIMA.

Contradictorii congruentiam, sunt congruentes.

Hypothesis. Sunt bini contradictorii $A, a; B, b$: & sunt congruentes A, B .

Dico etiam a, b congruentes esse.

Demonstratio.

def. 6. Si a, b , non sunt congruentes; non omne terminabile alterutro a, b , erit altero terminabile; assignabitur ergo c terminabile termino a , & non terminabile termino b : ergo c , erit terminabile termino B , & non terminabile termino A : ergo A, B , non erunt congruentes, contra hypothesim. Ergo a, b , sunt congruentes. Quod demonstrare oportebat.

def. 6. Quare contradictorii congruentiam, sunt congruentes.

Theor. 2. Prop. 2. Contradictorii contradictoriorum, sunt contradictorii.

Hypothesis. Sunt bini contradictorii $A, a; B, b$: & sunt contradictorii A, B .

Dico etiam a, b , contradictorios esse.

Demonstratio.

def. 7. Omne terminabile termino a , est terminabile non termino A , & est terminabile termino B , & est terminabile non termino b . Simili ratione ostendetur, quod omne terminabile non termino a , est terminabile termino b . Et è conuerso omne terminabile termino b , est terminabile non termino a . Et omne terminabile non termino b , est terminabile termino a . Ergo a, b , sunt contradictorii. Quod, &c.

Quare, &c.

The.

Theor. 3. Prop. 3.
**Contradictorius continens, continetur in contradictorio
e. contenti.**

Hypoth.

Sunto bini contradictorij $A, a; B, b$ & A contineat ipsum B .
Dico a contineri in b .

Demonstr.

def. 7. Omne terminabile termino a , vel est etiam termina-
def. 8. bile termino b , vel non: si non; assignabitur c , ter-
def. 6. minabile termino a , & non termino b ; ideoque
p. 4. terminabile termino B , & non termino A ; ergo B ,
non continebitur in A , contra hypothesim. Omne
ergo terminabile termino a , est etiam terminabile
termino b : sed & vel è conuerso, vel non. Si è con-
uerso; erunt a, b congruentes: quorum contradi-
ctorij A, B , erunt congruentes: & non A continet
ipsum B , contra hypothesim. Ergo omne termi-
nabile termino a , est etiam terminabile termino b ,
& non è conuerso. Ergo a , continetur in b .

Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 4. Prop. 4.

Contradictorij contrariorum, sunt aduersi.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij $A, a; B, b$ & sunt A, B , contrarij.

Dico a, b , esse aduersos.

Demonstr.

A in b , continetur; & B in a & b continet A ; & a
continet B : ideoque a, b , sunt aduersi. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 5. Prop. 5.

Contradictorij aduersorum, sunt contrarij.

Hy-

Non enim a, b non aliter sunt *Hypoth.* a, b sunt aduersi A, B
 Sinto bini contradictorii A, B : & sunt aduersi A, B
 Dico a, b , contrariis esse *Demonstr.*
 a continet b ; B continet a : ideoque a in B ; & b in A
 a, b contrarij : ergo a, b sunt contrarij : Quod, &c.
 Quare, &c.

Theor. V. Prop. 2.

Contradictorii diuersi sunt diuersi : *Hypoth.*

Sinto bini contradictorii A, B : & sunt diuersi A, B .

Dico a, b , diuersi esse *Demonstr.*

p. h. Non enim a, b sunt congruentes ; alioquin A, B es-
a. b. sent congruentes : neque a, b , contradictorii ; alio-
3. b. quin A, B , essent contradictorii : neque a contine-
4. b. tur in b ; alioquin A , contineret B : neque a , continet
5. b. b ; alioquin A , contineretur in B : neque a, b , sunt
6. b. contrarij ; alioquin A, B , essent aduersi : neque a, b ,
7. b. sunt aduersi ; alioquin A, B , essent contrarij. Quare
8. b. omnia sunt contra hypothesein, qua dicitur quod
9. b. A, B sunt diuersi. Ergo etiam a, b , sunt diuersi :
10. b. Quod, &c.

Theor. VI. Prop. 1.
 Congruentium alteruter, ad alterius contradictorium est con-
 tradictorius *Hypoth.*

Sinto bini contradictorii A, B : & sunt A, B , congru-
 entes *Demonstr.*

Dico esse binos contradictorios A, B , & B, A .

p. h. Quoniam A, B , sunt congruentes, etiam B, A , sunt con-
 tradictorii : Quod, &c.

8
 def. 7. congruentes. Omne terminabile non termino A ,
 def. 6. est terminabile termino a ; & est terminabile ter-
 mino b . Item omne terminabile non termino B ,
 est terminabile termino B ; & est terminabile ter-
 mino A . Ergo A, b ; sunt contradictorii. Ergo
 etiam B, a ; sunt contradictorii. Quod, &c.
 Quare, &c.

Theor. 8. Prop. 8.

Contradictorium alterius, ad alterius contradictorium
est congruens.

. 8. N. 112218 omni 3: Hypoth. Insubstantia in d. 112218
 Sinto bini contradictorii A, a ; B, b ; item sunt contradi-
 ctorii A, B .

Dico A, b esse congruentes; item B, a congruentes.

-oile: (inobstantia) 3: 112218 Demonstratio in d. 112218
 Quoniam A, B ; sunt contradictorii; etiam a, b ; sunt
 contradictorii. Omne terminabile termino A , est
 terminabile non termino a ; & est terminabile
 termino b . Item omne terminabile termino B ,
 est terminabile non termino B ; & est terminabile
 termino A . Ergo A, b ; sunt congruentes. Ergo
 etiam B, a ; sunt congruentes. Quod, &c.
 Quare, &c.

Theor. 9. Prop. 9.

Continens, ad contentum contradictorium est aduersus.

-nos 112218 substantia 3: 112218 Hypoth. Insubstantia in d. 112218
 Sinto bini contradictorii A, a ; B, b ; & A , continet ipsum B .

Dico A, b , esse aduersos.

-ignos, 3. N. omni 3: 112218 Demonstratio in d. 112218
 Quoniam A , continet B ; a , continetur in b ; & b , con-
 tinet a ; & A , continet B ; ergo A, b ; sunt aduersi.

Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 10. Prop. 10.

Contentus ad continentis contradictorium est contrarius.

Hypoth.

Sunto bini contradictorii $A, a; B, b$: & A , contineatur in B .
Dico A, b , esse contrarios.

Demonstr.

9. b. | Quoniam B , continet $A; a, B$, sunt aduersi : Ergo
5. b. | A, b , sunt contrarij. Quod, &c.
| Quare, &c.

Theor. 11. Prop. 11.

Diuerforum alteruter, ad alterius contradictorium est diuerfus.

Hypoth.

Sunto bini contradictorii $A, a; B, b$: & A, B , diuerfi.
Dico A, b , esse diuerfos ; item a, B , diuerfos.

Demonstr.

7. b. | Non enim A, b , sunt congruentes ; alioquin A, B , es-
3. b. | sent contradictorii : neque A, b , contradictorii,
9. b. | alioquin A, B , essent congruentes : neque A , con-
10. b. | tinetur in b ; alioquin A, B , essent aduersi : neque A , con-
def. 12. | tinetur in b ; alioquin A, B , essent contrarij : neque
def. 11. | A, b , sunt aduersi ; alioquin A , contineret B : ne-
def. 13. | que A, b , sunt contrarij ; alioquin A , contineretur
6. b. | in B . Quæ omnia sunt contra hypothesim, qua
| dicitur, quod A, B , sunt diuerfi : Ergo etiam A, b ,
| sunt diuerfi : ergo & a, B , sunt diuerfi. Quæ, &c.
| Quare, &c.

Theor. 12. Prop. 12.

Terminabile alterutro duorum limitantium, & non limita-
to; neque altero est terminabile.

Hypoth.

Ex duobus limitantibus A, B , esto terminus limitatus A, B :
B &

& esto C , terminabile termino A , sed non limitato A, B .
 Dico C , neque termino B , terminabile esse.

Demonstr.

def. 15. | Si C , esset terminabile termino B ; cum sit etiam terminabile termino A ; esset terminabile utrisque simul terminis A, B ; & esset terminabile limitato A, B , contra hypothesim. Ergo C , est terminabile non termino B . Quod, &c.
 Quare, &c.

Theor. 13. Prop. 13.

Terminabile cumulato termino, & non alterutro cumulantium; utique altero est terminabile.

Hypothes.

Ex duobus cumulantibus A, B , esto terminus cumulatus AB ; & esto C , terminabile cumulato A, B , sed non termino A .

Dico C , terminabile esse termino B .

Demonstr.

def. 18. | Si C , non esset terminabile termino B ; cum neque sit terminabile termino A ; non erit alterutro A, B , terminabile: neque erit terminabile cumulato A, B , contra hypothesim. Ergo C , est terminabile termino B . Quod, &c.
 Quare, &c.

Theor. 14. Prop. 14.

Limitatus ad vnumquemlibet limitantium, aut est congruens, aut contentus.

Hypothes.

Ex duobus A, B , esto limitatus A, B .

Dico limitatum A, B , ad A , aut congruentem esse, aut contentum; & similiter ad B .

Demonstr.

def. 15. | Nam omne terminabile limitato A, B , est terminabile

def. 6.
def. 8.

bile termino A : & vel è conuerso, vel non. Si è conuerso; limitatus AB , ad A , est congruens. Si non è conuerso; limitatus AB , continetur in A . Ergo limitatus AB , ad A , vel est congruens, vel contentus. Similiter ostendetur, quod limitatus AB , ad B , vel est congruens, vel contentus. Quæ, &c. Quare, &c.

Theor. 15. Prop. 15.

Cumulatus ad vnumquemlibet cumulantium, aut est congruens, aut continens.

Hypoth.

Ex duobus A, B , esto cumulatus AB .

Dico cumulatum AB , ad A , aut congruentem esse, aut continentem; & similiter ad B .

Demonstr.

def. 18.
def. 6.
def. 8.

Nam omne terminabile termino A , est terminabile cumulato AB ; & vel è conuerso, vel non. Si è conuerso; cumulatus AB , ad A , est congruens. Si non è conuerso; A , in cumulato AB , continetur. Ergo cumulatus AB , ad A , vel est congruens, vel continens. Similiter ostendetur, quod cumulatus AB , ad B , vel est congruens, vel continens. Quæ, &c. Quare, &c.

Theor. 16. Prop. 16.

Limitatus ad cumulatum, quorum iidem sunt limitantes, & cumulantes, aut est congruens, aut contentus.

Hypoth.

Ex iisdem A, B , sunt limitatus AB , & cumulatus AB .

Dico limitatum AB , ad cumulatum AB , congruentem esse, vel contentum.

Demonstr.

14. h.
15. h.

Limitatus AB , ad A , vel est congruens, vel contentus. Et A , ad cumulatum AB , vel est congruens, vel

xxx.

vel contentus. Ergo limitatus AB , ad cumulatam AB , vel est congruens, vel contentus. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 17. Prop. 17.

Limitatus, & ex contradictorijs limitantium cumulatus, inuicem sunt contradictorij.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij $A, a; B, b$: & ex A, B , limitatus AB ; & ex a, b , cumulatus ab .

Dico limitatum AB , & cumulatam ab , esse contradictorios.

Demonstr.

def. 18. Omne terminabile non cumulato ab , est terminabile
def. 7. le non termino a , neque termino b : ideoque terminabile est termino A , & termino B : & vtrisque
def. 15. simul, & non seorsim; alioquin esset terminabile
def. 15. vno, vel altero a, b : atque ideo etiam terminabile est limitato AB . E' conuerso, omne terminabile
def. 7. non limitato AB , est terminabile non vtroque, simul A , & B ; sed vel seorsim vno A , & non B , vel
def. 18. vno B , & non A , vel neutro, non A , nec B : ideoque est terminabile, vel termino b , vel termino a :
def. 7. & est terminabile cumulato ab . Ergo limitatus AB , & cumulatus ab , sunt cōtradictorij. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 18. Prop. 18.

Cumulatus, & ex contradictorijs cumulantium limitatus, inuicem sunt contradictorij.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij $A, a; B, b$: & ex a, b , cumulatus ab ; & ex A, B , limitatus AB .

Dico cumulatam ab , & limitatum AB , esse contradictorios.

De-

Demonstr.

17. h. Limitatus AB , & cumulatus ab , sunt contradicto-
rij. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 19. Prop. 19.

Ex duobus congruentibus limitatus est utriusque congruens.

Hypoth.

Sunto A, B congruentes; & ex his limitatus AB .

Dico A, B , & limitatum AB , esse congruentes.

Demonstr.

def. 15. Omne terminabile limitato AB , est etiam termina-
bile termino A : & vel è conuerso, vel non. Si non;
12. h. assignetur C , terminabile A , & non limitato AB :
def. 6. eritque C , terminabile non termino B : & non erunt
 A, B , congruentes, contra hypothesim. Ergo
omne terminabile termino A , est terminabile,
def. 6. limitato AB . Ergo A , & limitatus AB , sunt con-
ax. p. gruentes. Ergo B , & limitatus AB , sunt congruen-
tes. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 20. Prop. 20.

Ex duobus congruentibus cumulatus, est utriusque congruens.

Hypoth.

Sunto A, B , congruentes; & ex his cumulatus AB .

Dico A, B , & cumulatum AB , esse congruentes.

Demonstr.

def. 18. Omne terminabile termino A , est etiam terminabi-
le cumulato AB : & vel è conuerso, vel non. Si
13. h. non; assignetur C , terminabile cumulato AB , &
non termino A ; ideoque terminabile termino B :
def. 6. & non erunt A, B congruentes, contra hypothe-
sim. Ergo omne terminabile cumulato AB , est
def. 6. terminabile termino A . Ergo A , & cumulatus AB ,
sunt

ax. 7. | sunt congruentes. Ergo B , & cumulatus AB , sunt
congruentes. Quod, &c.
| Quare, &c.

Theor. 21. Prop. 21.

Ex duobus contradictorijs nullus est limitatus.

Hypoth.

Sunto A, a , contradictorij.

Dico ex A, a , nullum esse limitatum.

Demonstr.

def. 7. | Omne terminabile termino A , est terminabile non
termino a ; & è conuerso. Ergo nullum est assi-
gnabile terminabile simul utroque A, a . Ergo ex
def. 15. | A, a , nullus est limitatus. Quod, &c.
| Quare, &c.

Theor. 22. Prop. 22.

Ex duobus contradictorijs cumulatus est supremus.

Hypoth.

Sunto A, a , contradictorij.

Dico ex A, a , cumulatum esse supremum.

Demonstr.

def. 8. | Assignetur terminus B , si potest, in quo cumulatus ex
 A, a , continetur: eritque aliquod terminabile
termino B , & non cumulado ex A, a ; idest neque
termino A , neque termino a : Ergo non omne ter-
minabile non termino A , est terminabile termi-
no a ; & non omne terminabile non termino a , est
def. 7. | terminabile termino A : ideoque A, a , non sunt
contradictorij, contra hypothesim. Ergo nullus
est terminus, in quo cumulatus ex A, a , contineat-
def. 14. | tur. Ergo cumulatus ex A, a , est supremus.
| Quod, &c.
| Quare, &c.

The-

Theor. 23. Prop. 23.

Ex duobus contento, & continente, limitatus congruit contento.

Hypoth.

A , continetur in B : & ex his limitatus est AB .

Dico A , & limitatum AB , esse congruentes.

Demonstr.

def. 15. | Omne terminabile limitato AB , est terminabile termino A ; & vel è conuerso, vel non. Si non: ergo aliquod terminabile termino A , erit terminabile non limitato AB : ideoque erit terminabile non termino B : & A , non continebitur in B , contra hypothesim. Ergo omne terminabile termino A , est terminabile limitato AB : Ergo A , & limitatus AB , sunt congruentes. Quod, &c.

12. b.
def. 8. |

def. 6. | Quare, &c.

Theor. 24. Prop. 24.

Ex duobus continente, & contento, cumulatus congruit continenti.

Hypoth.

A , continet B : & ex his cumulatus est AB .

Dico A , & cumulatum AB , congruere.

Demonstr.

def. 18. | Omne terminabile termino A , est terminabile cumulato AB : & vel è conuerso, vel non. Si non: erit aliquod terminabile cumulato AB , & non termino A : ideoque terminabile termino B : non ergo B , continebitur in A , contra hypothesim. Ergo omne terminabile cumulato AB , est terminabile termino A . Ergo A , & cumulatus AB , congruunt. Quod, &c.

13. b.
def. 8. |

def. 6. | Quare, &c.

The-

Theor. 25. Prop. 25.

Ex duobus contrarijs, nullus est limitatus.

Hypoth.

A, B , sunt contrarij.

Dico ex A, B , nullum esse limitatum.

Demonstr.

def. 11. Quoniam A, B , sunt contrarij, alteruter in alterius
def. 8. contradictorio continetur: & omne terminabile
def. 7. termino A , est terminabile non termino B ; & omne terminabile termino B , est terminabile non termino A . Ergo non potest assignari terminabile utroque simul A, B . Ergo ex A, B , nullus est limitatus. Quod, &c.
§ Quare, &c.

Theor. 26. Prop. 26.

Cumulatus ex contrarijs, continet cumulantes.

Hypoth.

A, B , sunt contrarij: & ex his cumulatus AB .

Dico cumulatum AB , continere A , & continere B .

Demonstr.

15. b. A , vel congruit, vel continetur in cumulo AB : Si congrueret, quoniam cumulatus AB , vel congruit, vel continet ipsum B ; ergo A , vel congrueret, vel contineret B ; & omne terminabile termino B , esset terminabile termino A ; & B non contineretur in contradictorio A ; & non essent A, B , contrarij, contra hypothesim. Ergo A , continetur in cumulo AB . Similiter ostendetur quod B , continetur in cumulo AB . Ergo cumulatus AB , continet A , & continet B . Quod, &c.
axx. Quare, &c.
def. 6.
¶ 8.
def. 11.

The-

def. 14. | latus AB , contineatur. Ergo cumulatus AB , est
supremus. Quod, &c.
| Quare, &c.

Theor. 29. Prop. 29.

Limitatus ex diuersis in limitantibus continetur.

Hypoth.

A, B , sunt diuersi: & ex his limitatus AB .

Dico limitatum AB , contineri in A , & contineri in B .

Demonstr.

14. b. | Limitatus AB , vel congruit, vel continetur in A . Si
xxx. | congrueret, quoniam limitatus AB , vel congruit,
| vel continetur in B ; etiam A , vel congrueret, vel
def. 13. | contineretur in B ; & non essent A, B , diuersi, contra
| hypothesim. Ergo limitatus AB , continetur
| in A . Similiter ostendetur, quod limitatus AB ,
| continetur in B . Quare, &c.
| Quare, &c.

Theor. 30. Prop. 30.

Cumulatus ex diuersis continet cumulantes.

Hypoth.

A, B , sunt diuersi: & ex his cumulatus AB .

Dico cumulatum AB , continere A , & continere B .

Demonstr.

15. b. | Cumulatus AB , vel congruit, vel continet A . Si
xxx. | congrueret, quoniam etiam congruit, vel continet
| B ; etiam A congrueret, vel contineret B ; &
def. 13. | non essent A, B , diuersi, contra hypothesim. Ergo
| cumulatus AB , continet A . Similiter ostendetur,
| quod cumulatus AB , continet B . Quare, &c.
| Quare, &c.

Theor. 31. Prop. 31.

Supremi termini sunt congruentes.

Hy-

Hypoth.

Sint supremi termini A, B .

Dico A, B esse congruentes.

Demonstr.

def. 14. Nullus terminus est, in quo A contineatur: ergo omne
def. 8. terminabile, est termino A , terminabile. Et simili-
 ter omne terminabile, est termino B , termina-
def. 6. bile: ideoque omne terminabile alterutro A, B ,
 est & altero terminabile. Ergo A, B , sunt con-
 gruentes. Quod, &c.
 Quare, &c.

Theor. 32. Prop. 32.

Omnis non supremus terminus, in supremo termino conti-
 netur.

Hypoth.

Esto non supremus terminus A : & esto supremus B .

Dico A , in B , contineri.

Constructio.

pos. p. Assumatur ipsius A , contradictorius a : & ex A, a
pos. 3. cumlatus Aa .

Demonstr.

15. b. A , congruit, vel continetur in cumlato Aa : cumu-
22. b. latus Aa , est supremus; & congruit B : ergo A con-
31. b. gruit, vel continetur in B : ergo omne termina-
xxx. bile termino A , est terminabile termino B . Simi-
def. 6. liter omne terminabile termino a , est terminabile
8. termino B : & non est terminabile termino A : ergo
def. 7. aliquod terminabile termino B , non est terminabi-
def. 6. le termino A . Ergo A , non congruit B : ideoque
 A , in B , continetur. Quod, &c.
 Quare, &c.

Theor. 33. Prop. 33.

Supremus terminus nullum habet contradictorium.

Hypoth.

Esto supremus terminus A .

Dico A , non habere contradictorium.

Constr.

pos. 3. | Assumatur si potest a , contradictorius ad A : & ex A, a ,
fiat cumulatus Aa .

Demonstr.

28. b. | Cumulatus Aa , est supremus; & congruit ipsi $A: a$,
31. b. | congruit, vel continetur in cumulato Aa : ergo a ,
15. b. | congruit, vel continetur in A : & omne terminabile
xxx. | termino a , est etiā terminabile termino A . Ergo
def. 7. | a , non est contradictorius ad A , contra assumptum.
Ergo A , non habet contradictorium. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 34. Prop. 34.

Supremus terminus nullum habet contrarium.

Hypoth.

Esto supremus terminus A .

Dico A , non habere contrarium.

Demonstr.

def. 11. | Si enim A , haberet contrarium, in eius contradicto-
def. 14. | rio contineretur: sed A , cum sit supremus, non po-
test in aliquo termino contineri: ergo A non ha-
bet contrarium. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 35. Prop. 35.

Supremus terminus nullum habet aduersum.

Hypoth.

Esto supremus terminus A .

Dico A , nullum habere aduersum.

Demonstr.

def. 12. | Si enim A , haberet aduersum, haberet etiam con-
tradictorium, qui in ipso aduerso contineretur:
sed

33. b. | sed *A*, non habet contradictorium : Ergo *A*, non
 | habet aduersum . Quod, &c.
 | Quare, &c.

Theor. 36. Prop. 36.

Supremus terminus nullum habet diuersum .

Demonstr.

31. b. | Omnis terminus, vel supremus est, vel non supremus;
 32. b. | & ad supremum terminum, vel est congruens, vel
 des. 14. | contentus: ergo nullus terminus ad supremum ter-
 | minum est diuersus . Quod, &c.
 | Quare, &c.

Theor. 37. Prop. 37.

Limitatus ex congruentibus, congruit cumulato .

Demonstr.

19. b. | Sic enim limitatus congruit limitantibus : & iisdem
 20. b. | limitantes, qui etiam sunt cumulantes, congruunt
 ax. p. | cumulato . Ergo limitatus, & cumulatus ex con-
 | gruentibus, sunt congruentes . Quod, &c.
 | Quare, &c.

Theor. 38. Prop. 38.

Limitatus ex continente, & contento, in cumulato ex iisdem
 continetur .

Demonstr.

23. b. | Limitatus ex continente, & contento, congruit con-
 ax. 1. | tento; ideoque continetur in continente; & is con-
 24. b. | gruit cumulato ex iisdem : ideoque limitatus in
 ax. 2. | cumulato continetur . Quod, &c.
 | Quare, &c.

Theor. 39. Prop. 39.

Limitatus ex aduersis, in cumulato ex eisdem continetur .

De-

Demonstr.

27. *b.* | Limitatus ex aduersis, in alterutro limitantium continetur; & idem ipse limitans, qui etiam cumulans, in cumulato, & supremo termino continetur. Ergo
 28. *b.* |
 32. *b.* | limitatus ex aduersis in cumulato continetur.
-

Theor. 40. Prop. 40.

Limitatus ex diuersis, in cumulato ex eisdem continetur.

Demonstr.

29. *b.* | Limitatus ex diuersis in utrolibet limitante continetur: & is limitans, qui & cumulans, in cumulato continetur: ergo limitatus ex diuersis, in cumulato ex eisdem continetur.
 30. *b.* |
 40. 4. |
-

Theor. 41. Prop. 41.

Qui cum vno termino non collimitat, cum eius contradictorio collimitat.

Hypoth.

Sunto A, a , contradictorii; & B non collimitans cum A ,
 Dico B , collimitare cum a .

Demonstr.

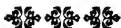
19. 23. | Non enim B, A , sunt congruentes; neque continens,
 27. & | & contentus; neque contentus, & continens; neque
 29. *b.* | aduersi; neque diuersi: alioquin collimitarent aliquem terminum, contra hypothesim: Ergo contradictorii sunt, vel contrarii. Si B, A , sunt contradictorii; ergo B, a sunt congruentes, & collimitant. Si B, A , sunt contrarii; ergo B , in a , continetur; & B, a collimitant. Quod, &c.
 8. *b.* |
 19. *b.* |
 40. 11. |
 23. *b.* |

Quare, &c.





ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTVM SECVNDVM.



DEFINITIONES.

- 1 **D**istinctio dicetur, duorum inuicem contradictoriorum terminorum assumptio.
- 2 Qui, distinctiōnis partes dicentur.
- 3 Bidistinctio dicetur, cum duorum distinctiōnum quatuor partes, quot plurimæ, quotque paucissimos terminos limitauerint; huiusmodi limitatorum assumptio.
- 4 Tridistinctio dicetur, cum trium distinctiōnum sex partes, quot plurimæ, quotque paucissimos terminos limitauerint; huiusmodi limitatorum assumptio.
- 5 Similiter Quadridistinctio, Quintidistinctio, aliaque deinceps definientur.
- 6 Quæ omnes generaliter Multidistinctiōnis nomine venient.
- 7 In bidistinctiōne, assumpti limitati termini, membra bidistinctiōnis dicentur.
- 8 Similiter in tridistinctiōne, dicentur tridistinctiōnis membra, & sic deinceps.

9 Quæ

- 9 Quæ membra ex duabus partibus limitata fuerint, bipartita dicentur.
- 10 Et ex tribus, tripartita. Et sic deinceps.
- 11 Ipsa vero Bidistinctio, Tridistinctio, aut alia quælibet Multidistinctio, bimebris dicetur, cuius duo tantum sunt membra.
- 12 Et trimembris, cuius tria tantum sunt membra. Et sic deinceps.

A X I O M A V N I C V M.

OMne terminabile, aliquo ex membris, cuiusque multidistinctionis, est terminabile.



THEO-

THEOREMA PRIMUM. PROPOSITIO PRIMA.

Bidistinctionis membra non sunt plus, quam bipartita.

Demonstr.

def. 1. Nam duarum distinctionum quatuor termini, non
def. 3. possunt plures assumi, quam duo, ad collimitan-
def. 7. dum vnum terminum. Si enim tres assumeren-
21. p. tur, essent ex his duo contradictorij, qui non pos-
 sunt collimitare.

Quare bidistinctionis membra non sunt plus, quam bipartita.

Theor. 2. Prop. 2.

Tridistinctionis membra non sunt plus, quam tripartita.

Demonstr.

def. p. Nam trium distinctionum sex termini non possunt
def. 4. plures assumi, quam tres ad collimitandum vnum
def. 8. membrum. Si enim quatuor assumerentur, essent
21. p. ex his duo contradictorij, qui non collimitant.

Quare tridistinctionis membra non sunt plus, quam tripartita.

Theor. 3. Prop. 3.

Multidistinctionis membra non sunt, plus quam eiusdem numeri multipartita.

Patet inductione ex singulis multidistinctionum generibus, eadem methodo duarum precedentium.

Theor. 4. Prop. 4.

Si duarum distinctionum quatuor partes, præter quam quod binæ singularum sunt contradictoriæ, aliz etiam fuerint contradictoriæ, erunt & aliz congruentes.

Hypoth.

Sint duæ distinctiones, quarum binæ partes contradictoriæ
 $A, a; B, b;$ & præterea contradictoriæ sint A, B .

Dico A, b , esse congruentes; item a, B , congruentes.

D

De-

Demonstr.

8. p. Quoniam B, b , sunt contradictoriae: & B, A , contra-
 dictoriae: ergo A, b , sunt congruentes: & sunt etiam
 p. p. A, a , contradictoriae: ergo etiam a, B , sunt congru-
 entes. Quod, &c.
 Quare, &c.
-

Theor. 5. Prop. 5.

Si duarum distinctionum quatuor partes aliqua fuerint congruentes, praeterquam quod binæ singularum sunt contradictoriae, etiam aliae erunt contradictoriae.

Hypothesis.

Sint duae distinctiones, quarum binæ partes contradictoriae
 $A, a; B, b$: & sunt A, B congruentes.
 Dico etiam A, b , esse contradictorias; & a, B , contradicto-
 rias.

Demonstr.

7. p. Quoniam A, B , sunt congruentes; & B, b , contra-
 dictoriae: ergo etiam A, b , sunt contradictoriae: & quo-
 2. p. niam A, a , sunt contradictoriae: ergo etiam a, B ,
 sunt contradictoriae: Quod, &c.
 Quare, &c.
-

Theor. 6. Prop. 6.

Duae distinctiones, quarum partes omnes binæ contradictoriae sunt, vel congruentes, pro una distinctione reputantur; ut ex his bidistinctio bimembris, perinde sit atque simplex distinctio.

Demonstr.

19. p. Nam duae congruentes collimitant vnum membrum:
 p. p. & earum contradictoriae, quae inuicem sunt con-
 21. p. gruentes, aliud collimitant contradictorium mem-
 brum: neque verò ex contradictorijs possibile est
 tertium aliquod limitatum membrum efficere.
 def. 11. Quare bidistinctio est bimembris, & duorum con-
 tra-

def. 1. | contradictoriorum membrorum, perinde atque duarum partium vna distinctio. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 7. Prop. 7.

Multæ distinctiones, quarum partes binæ contradictoriæ sunt, vel congruentes, pro vna distinctione reputantur, vt ex his multidistinctio, perinde sit atque simplex distinctio.

Demonstr.

Nam, vt in præcedenti, multidistinctio est bimembris, & duorum membrorum contradictoriorum, perinde atque duarum partium vna distinctio.

Theor. 8. Prop. 8.

Bidistinctio non est plus, quam quadrimembris.

Hypoth.

Duæ sint distinctiones ex binis partibus $A, a; B, b$.

Dico bidistinctionem non plus, quam quadrimembrem esse.

Demonstr.

21. p. | Nam duo termini vnius distinctionis, non collimant. Cætero qui si duo A, a , in duos B, b , singuli in singulos ducti, collimant, non plures faciunt, quam quatuor terminos limitatos, AB, aB, Ab, ab , quæ sunt quatuor bidistinctionis mēbra. Quod, &c.
def. 7. | Quare, &c.

Theor. 9. Prop. 9.

Tridistinctio non est plus, quam octomembris.

Hypoth.

Sunto tres distinctiones ex binis partibus $A, a; B, b; C, c$.

Dico tridistinctionem non plus, quam octomembrem esse.

Demonstr.

8. b. | Nam duarum distinctionum $A, a; B, b$, non plures possunt esse, quam quatuor termini limitati $AB,$

D 2

aB,

8. *def. 8.* | aB, Ab, ab : qui in duos C, c , singuli in singulos ducti, si collimitant, non plures terminos limitatos faciunt, quam octo $ABC, aBC, AbC, abc, ABc, aBc, Abc, abc$, quæ sunt octo tridistinctionis membra. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 10. Prop. 10.

Multidistinctio non est plurium membrorum, quam sit numerus potestatis à binario, quam multitudo ipsa distinctionum denominat.

Demonstr.

8. *b.* | Nam bidistinctio nō est plurium membrorum, quam
9. *b.* | secunda potestas à binario: & tridistinctio, non plurium, quam tertia potestas: simili præcedentium demonstratione ostendetur, quod quadridistinctio, non plurium est, quam quarta potestas; & quintidistinctio, non plurium, quam quinta potestas: & ita deinceps.
Quare, &c.

Theor. 11. Prop. 11.

Si duarum distinctionum partes unius ad partes alterius, una ad unam, fuerit contraria; erit altera ad alteram, aduersa; & una ad alteram contenta; & altera ad unam, continens.

Hypoth.

Sint duæ distinctiones ex binis contradictorijs $A, a; B, b$: & sint A, B , contrariæ.

Dico a, b , aduersas esse; & A , in b , contineri; & a , continere B .

Demonstr.

4. *def. 11.* | Quoniam A, B , sunt contrariæ; a, b , sunt aduersæ; A ,
P. | in b , continetur; & a , continet B . Quæ, &c.
Quare, &c.

The-

Theor. 12. Prop. 12.

Si duarum distinctionum partes vnius ad partes alterius, vna ad vnam fuerit aduersa; erit altera ad alteram contraria; & vna ad alteram continens; & altera ad vnam contenta.

Hypoth.

Sint duæ distinctiones ex binis contradictorijs $A, a; B, b$: & sint a, b , aduersæ.

Dico A, B , contrarias esse; & a , continere B ; & A , in b , contineri.

Demonstr.

5. p. | Quoniam a, b , sunt aduersæ; A, B , sunt contrariæ; a ,
def. 12. | continet B ; & A , in b , continetur. Quæ, &c.
p. | Quare, &c.

Theor. 13. Prop. 13.

Si duarum distinctionum partes vnius ad partes alterius, vna ad vnam fuerit continens; erit altera ad alteram contenta; & vna ad alteram aduersa; & altera ad vnam contraria.

Hypoth.

Sint duæ distinctiones $A, a; B, b$: & esto a , continens B .

Dico A , in b , contineri; & a, b , aduersas; & A, B , contrarias esse.

Demonstr.

3. p. | Quoniam a , continet B ; A , in b , continetur; & a, b ,
9. p. | sunt aduersi; & A, B , contrarij. Quæ, &c.
10. p. | Quare, &c.

Theor. 14. Prop. 14.

Si duarum distinctionum partes vnius, ad partes alterius, vna ad vnam fuerit diuersa; erunt diuersæ altera ad alteram; & vna ad alteram: & altera ad vnam.

Hypoth.

Sint duæ distinctiones $A, a; B, b$: & sunt A, B , diuersæ.

Dico a, b , diuersas esse; item A, b , & a, B , diuersas esse.

De-

Demonstr.

6. p. | Quoniam A, B , sunt diuersæ; etiam a, b , sunt diuersæ;
 11. p. | & A, b , & a, B , sunt diuersæ. Quæ, &c.
 | Quare, &c.

Theor. 15. Prop. 15.

Si duarum distinctionum partes sunt diuersæ, bidistinctio est quadrimembris.

Hypoth.

Sunto duæ distinctiones $A, a; B, b$: & sunt diuersæ A, B .
 Dico bidistinctionem esse quadrimembrem.

Demonstr.

14. b. | Quoniam A, B , sunt diuersæ; etiam A, b ; & a, B ; &
 29. p. | a, b , sunt diuersæ: & ex his limitati quatuor termi-
 def. 7. | ni AB, Ab, aB, ab , quæ sunt quatuor bidistinctio-
 15. b. | nis membra. Quod, &c.
 | Quare, &c.

Theor. 16. Prop. 16.

Si duarum distinctionum partes, neque diuersæ sunt, neque congruentes, aut contradictoriæ, bidistinctio est trimembris.

Hypoth.

Sunto duarum distinctionum vnus, & alterius partes non congruentes, neque contradictoriæ, neque diuersæ.
 Dico bidistinctionem esse trimembrem.

Demonstr.

11. b. | Erunt enim contrariæ; & aduersæ; & contenta, & con-
 12. b. | tinens; & continens, & contenta; & cum ex con-
 13. b. | trarijs non sit limitatus aliquis terminus; supersunt
 25. p. | ex aduersis vnus; ex continente, & contento vnus;
 27. p. | ex contento, & continente vnus; tres limitati ter-
 23. p. | mini, quæ tria sunt bidistinctionis membra.
 def. 7. | Quod, &c. Quare, &c.

The-

Theor. 17. Prop. 17.

Duarum distinctionum, quæ non sunt vna distinctio, bidistinctio non minus est quam trimembris.

Demonstr.

6. b. Quoniam enim duæ distinctiones non sunt vna distinctio, earum partes non sunt congruentes, neque contradictoriæ, neque bidistinctio est bimembris.
 15. b. Quod si partes essent diuersæ, bidistinctio esset quadrimembris. Sed si partes neque congruentes, neque diuersæ sunt, bidistinctio est trimembris. Quare duarum distinctionum, quæ non sunt vna distinctio, bidistinctio non minus est quam trimembris.
 16. b.

Theor. 18. Prop. 18.

Omnis multidistinctionis membra, cuiusque eius distinctionis aliqua pars limitat.

Demonstr.

def. 3. et Nam si cuiuspiam distinctionis nulla pars ad limitandum concurreret; utique non ipsa esset eius multidistinctionis distinctio, contra hypothesim.
 4. b. Quare, &c.

Theor. 19. Prop. 19.

Omnia multidistinctionis membra singula, cuiusque distinctionis aliqua pars limitat.

Demonstr.

def. 7. p. Nam omne aliquo termino terminabile, alterutra distinctionis parte est terminabile: unde ad singula multidistinctionis limitanda membra, singulæ distinctiones vnâ, vel alteram partem conferunt.
 41. p. Quare, &c.
 def. 8. b.

Theor. 20. Prop. 20.

Omnia multidistinctionis membra, non vna eadem alicuius distinctionis limitat pars.

De-

Demonstr.

21. *p.* | Nam omne terminabile altera eiusdem distinctionis parte, nullo ex membris multidistinctionis effect terminabile, contra axioma vnicum huius elementi.
 Quare, &c.

Theor. 21. Prop. 21.

Omnia multidistinctionis membra, omnibus eius distinctionum partibus congruunt, vel in ijs continentur.

Hypoth. p.

Sunto duarum distinctionum quatuor partes $A, a; B, b$.

Dico omnia bidistinctionis membra, vel congruere singulis partibus $A, a; B, b$, vel in ijs contineri.

Demonstr.

108. 2. | Vel enim A, B , collimitant, vel non: si collimitant, fiat ex his limitatus AB : si non collimitant A, B ; ergo A, b , collimitant; fiat ergo ex his limitatus Ab . Ergo duarum distinctionum saltem vnus est ex terminis limitatis, AB, Ab , qui bidistinctionis est membrum, & congruit, vel continetur in A .
 41. *p.* |
 14. *p.* | Simili demonstratione ostendetur, quod bidistinctionis vnum saltem est membrum ex duobus AB, aB , quod continetur in B . Item quod vnum saltem est ex duobus aB, ab , quod continetur in a : & vnum saltem ex duobus Ab, ab , quod continetur in b . Quare omnia bidistinctionis membra singulis partibus A, a, B, b , congruunt, vel in ijs continentur.

Hypoth. 2.

Sunto trium distinctionum sex partes $A, a; B, b; C, c$.

Dico omnia tridistinctionis membra, vel congruere singulis partibus A, a, B, b, C, c , vel in ijs contineri.

Demonstr.

108. 2. Vel enim A, B , collimitant, vel non: si collimitant,
 fiat limitatus AB ; qui cum C , collimitat, vel non:
 si collimitat, fiat limitatus ABC : si non collimi-
 41. 1. tat AB , cum C , collimitat cum c ; fiat ergo limita-
 tus Abc . Quod si A, B , non collimitant; ergo
 A, b , collimitant; & ex his fiat limitatus Ab : qui
 cum C , collimitat, vel non: si cum C , collimitat,
 fiat limitatus AbC : si Ab , non cum C , collimitat;
 ergo cum c , collimitat; & fiat limitatus Abc .
 Trium itaque distinctionum saltem vnus est ex
 quatuor terminis limitatis, ABC, ABc, AbC, Abc ;
 qui tridistinctionis est membrum, & congruit, vel
 14. 1. continetur in A . Simili demonstratione ostende-
 tur, quod tridistinctionis membra sunt, quæ con-
 gruunt, vel continentur in singulis B, C, a, b, c .
 Quare omnia tridistinctionis membra singulis par-
 tibus A, a, B, b, C, c , congruunt, vel in ijs conti-
 nentur.
 Similiter de alijs multidistinctionibus demonstra-
 bitur.
 Quare, &c.



...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...



ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTVM TERTIVM:



DEFINITIONES.

- 1 **S**I duarum distinctionum quatuor termini singuli singulorum bini conveniant ad aliquos limitandos, limitati termini dicentur extremi, & medij.
- 2 Et extremi dicentur, quorum unus limitans, contradictorij sunt limitantium alterius.
- 3 Et ambo extremi, vnum Par terminorum dicentur.
- 4 Et vnus terminus dicetur Compar alterius.
- 5 Alijque limitati dicentur medij, quorum nullus compar.



- 1 **B**idistinctionum iudicium duas supponit distinctiones ex binis contradictorijs. Erit itaque communis omnium hypothesis, quod duæ sint distinctiones *A, a; B, b*.
- 2 Supponit deinde bidistinctionis certam speciem, quam
- 3 Primò iudicat prop. 21. 2. integram, si videlicet omnes quatuor distinctionum partes, binæ ex vna, & altera distinctione acceptæ, omnia limitant bidistinctionis membra.
- 4 Secundò iudicat ipsa bidistinctionis membra.
- 5 Medium, si quod est, cui nullum compar. def. 5. h.
- 6 Et extrema, si quæ sunt, inuicem comparia. def. 2. h.
- 7 Tertiò iudicat singulorum partes membrorum, quam ad nuicem habeant rationem.
- 8 Congruentes iudicat duas, & eorum contradictorias duas, quæ non nisi bifariam collimitant. prop. 6. 2. Eas nempe congruentes, quæ non nisi simul collimitant.
- 9 Diuerfas iudicat duas, & earum contradictorias duas, quæ quadrifariam collimitant: prop. 15. 2. eas nempe, quæ collimitant.
- 10 Neutras iudicat duas, & earum contradictorias, quæ trifariam solum collimitant. prop. 16. 2.
- 11 Et eas iudicat aduersas, quæ collimitant, & non habent limitatum compar: nam ex contrarijs non est limitatus terminus. prop. 25. p.
- 12 Easdemque iudicat continentes, respectu aliarum, quibus collimitant, in ipsis contentarum. def. 12. p.



THEOREMA PRIMVM. PROPOSITIO PRIMÆ.

Bidistinctio Triplex. Bimembris, Trimembris, Quadrimembris.

Demonstr.

6. 2. Nam termini distinctionum, vel sunt congruentes,
16. 2. vel diuersi, vel neutri. Si congruentes, bidistin-
15. 2. ctio est binembris: si neutri, est trimembris: si di-
8. 2. uersi, est quadrimembris: neque plus quam qua-
drimembris potest esse bidistinctio.

Quare, &c.

Theor. 2. Prop. 2.

Bidistinctio bimembris vna: cuius duo membra sunt vnum par terminorum.

Hypoth.

Sint duæ distinctiones A, a ; B, b : & vnum bidistinctionis bimembris membrum AB .

Dico bidistinctionem bimembrem vnam esse; & eius membra esse vnum par terminorum.

Demonstr.

6. 2. Quia bidistinctio est bimembris, non possunt A, B ,
21. p. esse nisi contradictorij, aut congruentes: sed quia
collimitant, non sunt contradictorij: ergo A, B ,
sunt congruentes; & ex his limitatus AB , vtrique
19. p. congruens: ergo a, b , sunt congruentes, & collimi-
tant alterum bidistinctionis membrum ab , vtri-
que congruens: & sunt AB, ab , duo extremi ter-
45. 3. mini; & vnum par terminorum. Neque possibile
est, quod bidistinctio bimembris sit AB, ab , quia
21. 2. deesset b ; neque quod sit AB, Ab , quia deesset a .
Cum itaque bidistinctio bimembris non possit aliter
esse, ipsa est vna; & eius membra, sunt vnum
par membrorum.

The-

Theor. 3. Prop. 3.

Bidistinctio trimembris vna, cuius vnum membrum est medium, & duo reliqua sunt vnum par membrorum.

Hypoth.

Sint duæ distinctiones $A, a; B, b$: & esto medium bidistinctionis trimembris membrum AB .

Dico bidistinctionem trimembrem vnam esse; & eius reliqua membra esse vnum par terminorum.

Demonstr.

21. p. Quia medium membrum est AB , cui non est aliud
25. p. membrum compar $a b$; contradictorij sunt, vel
6. 2. contrarij termini a, b : non contradictorij, quia bi-
4. p. distinctio est trimembris: ergo a, b , sunt contrarij:
def. 12. ideoque A, B , aduersi: & A , continens b , ex qui-
p. bus limitatus Ab , & b , congruunt: & a , contentus
23. p. in B , ex quibus limitatus aB , & a , congruunt. Et
def. 3. sunt Ab, aB , vnum par terminorum. Cum ergo
Bidistinctio trimembris non possit aliter esse, ipsa
est vna; & eius membra, vnum medium, & vnum
par terminorum.

Theor. 4. Prop. 4.

Bidistinctio quadrimembris vna: cuius quatuor membra, sunt duo paria terminorum.

Hypoth.

Sint duæ distinctiones $A, a; B, b$, & sit vnum ex quatuor membris bidistinctionis AB .

Dico bidistinctionem quadrimembrem esse vnam: & eius membra, esse duo paria terminorum.

Demonstr.

15. 2. Quia bidistinctio est quadrimembris, termini A, B ,
6. p. sunt diuersi; & a, b , diuersi; & Ab, b , diuersi; & a, B ,
11. p. diuersi: & ex his limitata quatuor membra, duo
29. 2. AB, ab , quæ sunt vnum par terminorum, & duo
def. 3. Ab, aB , quæ sunt aliud par terminorum. Et non
po-

potest bidistinctio quadrimembris aliter esse: ergo bidistinctio quadrimembris vna; & eius quatuor membra, sunt duo paria terminorum.

Theor. 5. Prop. 5.

Bidistinctio bimembris, non est propriè bidistinctio, sed veriùs distinctio simplex.

Demonstr.

Nam eius bidistinctionum termini congruentes, non sunt propriè duo termini, sed veriùs vnus: & duæ distinctiones non propriè duæ, sed veriùs vna: atque ita bidistinctio, est veriùs vna distinctio.

Theor. 6. Prop. 6.

Bidistinctiones propriæ duæ, trimembris, & quadrimembris.

Demonstr.

<p>p. b. 2. b. 5. b. 3. b. 4. b.</p>	<p>Nam bidistinctiones tres, bimembris, trimembris, & quadrimembris: quarum vna bimembris, non bidistinctio est propriè: sed veriùs vna distinctio: reliquæ duæ trimembris, & quadrimembris, non sunt vna distinctio, sed propriæ bidistinctiones.</p>
--	--

Quare, &c.



Bidistinctionum Iudicium.

- reg. 3. Bidistinctio bimembris AB, ab , integra: cuius partes
 reg. 8. A, B , congruentes; item a, b , congruentes: ideoque
 s. b. verius est simplex distinctio.
 reg. 3. Bidistinctio trimembris AB, Ab, ab , integra: cuius me-
 reg. 5. dium Ab ; extrema duo AB, ab : cuius partes A, b ,
 reg. 6. aduersæ: & A , continens B ; & a , contenta in b .
 reg. 14.
 reg. 12. Bidistinctio quadrimembris AB, Ab, aB, ab , integra:
 reg. 3. cuius membra bina extrema AB, ab ; & Ab, aB : cu-
 reg. 6. ius partes diuersæ binæ A, B ; a, b ; A, b ; a, B .
 reg. 9.
-





ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTVM QVARTVM.



DEFINITIONES.

- 1 **S**I trium distinctionum sex termini, singuli singularum, terni conueniant ad aliquos limitandos, dicentur limitati termini, extremi, & medij.
- 2 Et extremi dicentur, quorum vnus limitans, contradictorij sunt limitantium alterius.
- 3 Et ambo extremi dicentur vnum par terminorum.
- 4 Et vnus terminus dicetur compar alterius.
- 5 Alique limitati dicentur medij quorum nullus compar.
- 6 Et medius illi extremo dicetur propinquus, quocumque duos habet limitantes communes.
- 7 Et ab altero extremo remotus, quo cum vnum tantum habet limitantem communem.



THEOREMA PRIMUM. PROPOSITIO PRIMA.

Tridistinctionis plurima membra octo, sunt quatuor paria terminorum.

Hypoth.

Tridistinctionis octomembris tres distinctiones sunt $A, a; B, b; C, c$: & membra plurima $ABC, ABc, AbC, aBC, Abc, aBc, abc, abC$, octo.

Dico esse quatuor paria terminorum $ABC, abc; ABc, abC; AbC, aBc; Abc, aBC$.

Demonstr.

p. 2. Nam duarum distinctionum $A, a; B, b$, quatuor partes binæ, non plures, limitant plurima bidistinctionis membra quatuor, & duo paria $AB, ab; Ab, aB$.
3. 2. Quæ singula cum vna, & altera, reliquæ distinctio-
4. 3. nis partibus C, c , ad collimirandum assumptæ, limitant plurima tridistinctionis membra octo, & quatuor paria $ABC, abc; ABc, abC; AbC, aBc; Abc, aBC$. Quod, &c.
9. 2. Quare, &c.

Theor. 2. Prop. 2.

Tridistinctio octomembris vna.

Hypoth.

Tridistinctionis octomembris tres distinctiones sunt $A, a; B, b; C, c$.

Dico tridistinctionem octomembrem vnam esse.

Demonstr.

p. 6. Nam necesse est quod octo membra, quatuor paria sint terminorum $ABC, abc; ABc, abC; AbC, aBc; Abc, aBC$: quæ cum non possint aliter esse, tridistinctio octomembris est vna.

Theor. 3. Prop. 3.

Tridistinctio septimembris vna.

Demonstr.

p. b. Nam in octo plurimis tridistinctionis membris sex
2. b. partes, ternæ in singulis fiunt viginti quatuor, singulae in quaternis membris indifferenter: & vno sublato membro, remanent tres partes in ternis membris, & tres in quaternis, quæ sint vna, & viginti partes, & ita remanent septem septimembris tridistinctionis membra. Cumque octo plurima membra, singula de octo omnibus auferri possint; manifestum est, relinqui posse octo septimembres tridistinctiones: sed necessario indifferentes ad inuicem; quod in singulis, ad sublatum membrum, tria sint propinqua membra, tria remota, & vnum compar; & quod in singulis, tria sint paria membrorum, & vnum medium. Quæ cum non aliter, atque aliter habere se possint, vnam faciunt speciem septimembris tridistinctionis.
 Quare, &c.

Theor. 4. Prop. 4.

Tridistinctiones sextimembres tres.

Demonstr.

p. b. Nam sex membra tridistinctionis, sunt sex de octo plurimis, & de quatuor membrorum paribus: & vel sex membra tria sunt paria membrorum; vel sex, duo sunt paria membrorum, & duo media inuicem propinqua; vel rursus sex, duo sunt paria membrorum, & duo membra inuicem remota.
def. 2. Cumque in vno pari membrorum, omnes sex trium distinctionum partes conueniant ad limitandum, & non vna eadem pars ad duo membra comparia: manifestum est, quod etiam in duobus paribus membrorum, vel in tribus, omnes sex partes conueniunt ad limitandum, & vna eadem ad omnia. Quare tres sunt sextimembres tridistinctiones.

The.

Theor. 5. Prop. 5.

Tridistinctio sextimembris, cuius nullum medium, vna.

Demonstr.

Nam quatuor paria membrorum, singula sublata de omnibus, relinquunt quatuor tridistinctiones sextimembres, quarum tria sunt membrorum paria, & nullum medium, inuicem indifferentes, quæ vnâ speciem constituunt sextimembris tridistinctionis, cuius nullum medium.

Quare, &c.

Theor. 6. Prop. 6.

Tridistinctio sextimembris, cuius duo media ab inuicem remota, vna.

Hypoth.

Tridistinctionis sextimembris, tres distinctiones sunt $A, a; B, b; C, c$: & duo media remota ab inuicem ABC, Abc .

Dico tridistinctionem sextimembrem huiusmodi, vnâ esse.

Demonstr.

Nam octo plurima tridistinctionis membra sunt $ABC, abc, ABc, abC, AbC, aBc, aBC, Abc$; & prætermisiss duorum ABC, Abc , comparibus abc, aBC , relinquuntur $ABc, AbC, abC, AbC, aBc, Abc$, duo assumpta media, & duo paria, quæ tridistinctionem sextimembrem componunt. Quæ cum non possit aliter esse, ipsa est tridistinctio sextimembris, cuius duo media remota, vna.

Theor. 7. Prop. 7.

Tridistinctio sextimembris, cuius duo media inuicem propinqua, vna.

Hypoth.

Tridistinctionis sextimembris, tres distinctiones sunt $A, a; B, b; C, c$: & duo media inuicem propinqua ABC, ABc .

Di-

Dico tridistinctionem sextimembrem huiusmodi, vnam esse.

Demonstr.

P. h. Nam de octo plurimis tridistinctionis membris ABC , abc , ABc , abC , AbC , aBc , aBC , Abc , dempta duorum ABC , ABc , comparia abc , abC , relinquunt ABc , AbC , aBc , aBC , Abc , duo assumpta media, & duo paria, tridistinctionis sextimembres membra. Quæ tridistinctio sextimembres, cuius duo media propinqua, ABc , AbC , cum non possit aliter esse, ipsa est vna. Quare, &c.

Theor. 8. Prop. 8.

Tridistinctio bimembres vna.

Hypoth.

Tridistinctionis bimembres, tres distinctiones sunt A , a ; B , b ; C , c : & vnum esto membrum ABC .

Dico tridistinctionem huiusmodi bimembrem vnam esse.

Demonstr.

21. 2. Nam aliud membrum non potest esse ipsi ABC , propinquum, vt fiat tridistinctio bimembres ABC , ABc ; neque remotum; vt fiat ABC , Abc : nam duæ eadem partes, vel saltem vna, omnia membra limiteret, contra 20. 2; & earum contradictoriæ duæ, vel saltem vna, nullatenus ad limitandum cõuenirent, contra 21. 2. Ergo aliud membrum non potest esse nisi ipsi ABC , compar, quod est abc ; vt fiat bidistinctio bimembres ABC , abc , quæ non potest aliter esse. Quare, &c.

Theor. 9. Prop. 9.

Tridistinctionis vni membro alia duo propinqua, ab inuicem sunt remota.

Hy-

Hypoth.

Esto tridistinctionis vnum membrum ABC , eique propinqua duo ABc , aEC .

Dico ABc , aEC , ab inuicem remota esse.

Demonstr.

def. 6. Propinquorum enim ABc , ABC , duæ sunt partes communiter limitantes A , B : & propinquorum ABC , aBC , duæ communiter limitantes B , C ; non eadem duæ, duabus; sed vna quarum, vni duarum eadem B . Ergo ABc , aBC , ab inuicem sunt remota. Quod, &c.

def. 7. Quare, &c.

Theor. 10. Prop. 10.

Tridistinctionis tria membra bina inuicem propinqua esse non possunt.

Demonstr.

9. b. Nam duo tridistinctionis membra, vni alij membro propinqua, sunt ab inuicem remota. Quare tria inuicem propinqua esse non possunt.

Theor. 11. Prop. 11.

Tridistinctiones quintimembres tres.

Demonstr.

10. b. De octo plurimis tridistinctionis membris, & quatuor paribus, quinque assumpta quintimembres tridistinctionis membra sunt, vel duo paria terminorum, & vnum medium: vel vnum par terminorum, puta ABC , abc , & tria media ab inuicem remota aBC , ABc , AbC : vel rursus vnum par terminorum ABC , abc , & tria media, propinqua inuicem, & remota, abC , aBc , aBC . Nam tria media bina inuicem propinqua esse non possunt. Quare tridistinctiones quintimembres tres numerantur.

The-

Theor. 12. Prop. 12.

Tridistinctio quintimembris, cuius duo membrorum paria, vna.

Hypoth.

Tridistinctionis quintimembris tres distinctiones sunt $A, a; B, b; C, c$: & duo membrorum paria ABC, abc, ABc, aBc . Dico tridistinctionem quintimembrem huiusmodi, vnam esse.

Démonstr.

Medium enim membrum est vnum ex quatuor ABC, aBc, aBC, Abc : quod si est ABC , est duobus ex assumptis quatuor membris propinquum, videlicet ipsis ABC, abc ; & à duobus abc, ABc , remotum. Similiter si est aBc , duobus abc, ABc , est propinquum, & à duobus ABC, abC , remotum. Item si est abc : & si est Abc . Quatuor itaque sunt quintimembres tridistinctiones; inuicem tamen indifferentes; & quæ vnam speciem constituunt tridistinctionis quintimembris duorum parium. Quod, &c. Quare, &c.

Theor. 13. Prop. 13.

Tridistinctio quintimembris, cuius tria mediâ membra ab inuicem remota, vna.

Hypoth.

Tres distinctiones sunt $A, a; B, b; C, c$: & vnum tridistinctionis quintimembris membrum esto ABC , eique compar abc : & eorum vni, puta ipsi ABC , propinqua tria ABc, AbC, aBC : & ex his tridistinctio quintimembris ABC, abc, ABc, AbC, aBC : vel sunt eorum alteri abc , propinqua tria abC, aBc, Abc ; & ex his tridistinctio quintimembris ABC, abc, abC, aBc, Abc .

Dico tridistinctionem quintimembrem huiusmodi vnam esse.

Demonstr.

10. b.

Tria enim membra vni cuidam propinqua, invicem remota sunt: & duæ tridistinctiones quintimembres sunt, quarum tria media ab invicem remota, indifferentes sunt, & non aliter, atque aliter se habent, & vnam constituunt tridistinctionis quintimēbris speciē, cuius tria media remota. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 14. Prop. 14.

Tridistinctio quintimembres, cuius tria membra media, & eorum vni duo propinqua, est vna.

Hypoth.

Tres distinctiones sunt $A, a; B, b; C, c$: & vnum tridistinctionis quintimembres membrum esto ABC ; cui propinqua tria ABc, AbC, aBC : & eorum vni abc , compar membrum esto Abc : vt sit quintimembres tridistinctio ABC, ABc, AbC, aBC, abc : vel ipsi ABC , compar membrum esto aBc , vt sit quintimembres tridistinctio ABC, ABc, AbC, aBc, abc : vel denique ipsi Abc , compar membrum esto aBc , vt sit quintimembres tridistinctio ABC, ABc, AbC, aBc, abc .

Dico tridistinctionem quintimembrem huiusmodi vnam esse.

Demonstr.

Licet enim tres huiusmodi tridistinctiones quintimembres appareant, tamen propter indifferentiam, cum non aliter, & aliter se habeant, vnam constituunt speciem tridistinctionis quintimembres, cuius tria media, & eorum vni, duo sunt propinqua. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 15. Prop. 15.

Tridistinctio trimembres non est, cuius vni membro duo reliqua sint propinqua.

G

Hy.

Hypoth.

Tres distinctiones sunt $A, a; B, b; C, c$: & vnum tridistinctionis membrum ABC , cui propinqua duo membra ABc, aBC .

Dico non esse tridistinctionem trimembrem ABC, ABc, aBC .

Demonstr.

def. 6. Nam cum in duobus ABc, ABC , duæ sint communes partes A, B ; & in duobus ABC, aBC , duæ communes partes B, C : necesse est omnium esse communem partem B . Porro nulla est multidistinctio, cuius omnium membrorum vna pars communis. Ergo non est tridistinctio trimembris ABC, ABc, aBC . Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 16. Prop. 16.

Tridistinctiones trimembres duæ.

Demonstr.

def. 6. Nam vel tria membra sunt duo extrema, & vnum alteri extremorum propinquum, & ab altero remotum; & huiusmodi vna est tridistinctio trimembris: vel tria membra sunt ab inuicem remota, puta tria alij cuiuspiam AbC , propinqua, nempe ABC, Abc, aBC ; & huiusmodi alia est tridistinctio trimembris, vbi & tres partes A, b, C , binæ, & eorum contradictoriæ a, B, c , singulæ in singulis membris ad limitandum assumuntur, vt ita nec vna, desit ex sex, nec eadem in omnibus reperitur. Neque vero possibile est trimembrem tridistinctionem excogitare, cuius tria membra binæ inuicem sint propinqua: neque aliam, cuius vni membro reliqua duo sint propinqua, quæ ab inuicem remota erunt. Quare tridistinctiones trimembres duæ.

Theo-

Theor. 17. Prop. 17.

Tridistinctio trimembris, cuius vnum par membrorum,
vna.

Demonstr.

def. 6. Nam quodcumque sit par membrorum ABC , abc ;
def. 7. & quodcumque sit aliud medium membrum ABC ;
non possunt aliter ad inuicem esse, quam quod
 ABC , vni extremorum ABC , sit propinquum, &
ab altero abc , sit remotum. Quare tridistinctio
trimembris, cuius vnum par membrorum est vna.

Theor. 18. Prop. 18.

Tridistinctio trimembris, cuius nullum par membrorum,
vna.

Demonstr.

16. h. Nam nō potest aliter esse, quam quod tria eius mem-
10. h. bra sint ab inuicem remota: neque enim quod tria
15. h. membra sint inuicem propinqua, quod mixtum
sint propinqua inuicem, & remota; possibile est ex-
cogitare. Quare tridistinctio trimembris, cuius
nullum par membrorum, est vna.

Theor. 19. Prop. 19.

Tridistinctiones quadrimembres quinque.

Demonstr.

Nam vel quatuor membra, duo paria sunt membrorum, &
huiusmodi vna est tridistinctio: vel quatuor membra,
sunt vnum par membrorum, & duo reliqua membra pro-
pinqua inuicem, & huiusmodi altera est tridistinctio: vel
rursum quatuor membra sunt vnum par membrorum,
& duo reliqua membra sunt ab inuicem remota, & hu-
iusmodi tertia est tridistinctio; vel omnia membra sunt
media, vni eorum propinqua, & huiusmodi quarta est tri-
distinctio: vel etiam omnia membra media, ab vno eorum

remota sunt, & huiusmodi quinta est tridistinctio. Tridistinctiones ergo quadrimembres quinque.

Theor. 20. Prop. 20.

Tridistinctio quadrimembris, cuius duo paria membrorum, una.

Demonstr.

17. h. Nam tridistinctio trimembris, cuius vnum par membrorum, una est, quia medium vni extremorum, propinquum, ab altero est remotum; neque potest aliter esse. Itaque huiusmodi sunt etiam tria quolibet de quatuor membris tridistinctionis propositæ: & sunt huiusmodi quatuor membra, tam duo inuicem propinqua, cum eorum comparibus, quam indifferenter, duo ab inuicem remota, cum eorum comparibus. Vna ergo est huiusmodi quadrimembris tridistinctio.

Theor. 21. Prop. 21.

Tridistinctio quadrimembris, cuius vnum par membrorum, & duo media propinqua, una.

Demonstr.

def. 6. Nam cum duorum mediorum vnum necesse sit, quod
def. 7. vni extremorum sit propinquum, & consequenter quod ab altero sit remotum: necesse etiam est,
9. h. quod alterum mediorum ab eodem vno extremo
def. 6. sit remotum, & alteri propinquum: cumque non possint extrema, & media aliter se habere, manifestum est tridistinctionem quadrimembrem huiusmodi vnam esse.
Quare, &c.

Theor. 22. Prop. 22.

Si trium tridistinctionis membrorum primum à secundo, secundum à tertio remotum fuerit: etiam primum à tertio remotum erit.

Hy-

Hypoth.

Esto primum ABC , à secundo Abc , remotum, & secundum Abc , à tertio abc , remotum.

Dico primum ABC , à tertio abc , remotum esse.

*Demonstr.**def. 7.*

Primum, & secundum ABC , Abc , habent solam communem limitantem A : secundum, & tertium Abc , abc , habent solam communem limitantem b : ergo A , primi, & secundi, ad a , tertij est contradictoria: & B , primi, ad b , secundi, & tertij contradictoria: & C , primi, ad c , secundi contradictoria; necnon c , secundi ad C , tertij contradictoria: ideoque C , primi, & tertij eadem est limitans: & primum ABC , à tertio abc , est remotum. Quod, &c.

*p. p.**def. 7.*

Quare, &c.

Theor. 23. Prop. 23.

Si duorum cuiuspiam tridistinctionis membrorum ab invicem remotorum, unum alij propinquum fuerit: etiam alterum eidem propinquum erit.

Hypoth.

Duorum cuiuspiam tridistinctionis membrorum primum à secundo sit remotum; & primum tertio propinquum.

Dico etiam secundum tertio propinquum esse.

*Demonstr.**22. b.*

Si enim secundum à tertio remotum esset, cum primum à secundo remotum sit, etiam primum à tertio remotum esset, contra hypothesim. Ergo secundum à tertio non est remotum. Ergo secundum tertio est propinquum. Quod, &c.

def. 6.

Quare, &c.

Theor. 24. Prop. 24.

Tridistinctio quadrimembris, cuius vnum par membrorum,
& duo media remota, vna.

Demonstr.

def. 6. | Nam cum duorum mediorum vnum necesse sit, quod
23. h. | vni extremorum sit propinquorum; & consequen-
def. 7. | ter alterum eidem extremo sit propinquum; &
| vtraque media, ab altero extremo sint remota;
| cumque non possint aliter extrema, & media se
| habere; manifestum est tridistinctionem quadri-
| membris huiusmodi, vnam esse.
| Quare, &c.

Theor. 25. Prop. 25.

Tridistinctio quadrimembris, cuius vni membro propinqua
tria, vna.

Hypothesis.

Esto tridistinctionis quadrimembris vnum membrum ABC ,
cui propinqua reliqua tria.

Dico tridistinctionem quadrimembris huiusmodi, vnam
esse.

Demonstr.

def. 6. | Membri ABC , tres partes A, B, C , binæ trifariam
21. 2. | assumptæ AB, AC, BC , cum contradictorijs reli-
20. 2. | quarum, collimitant tria membra $ABC, AbC,$
| aBC , ipsi ABC , propinqua: cumque singula, sin-
| gularumque contradictoria omnes, & non vna,
| eadem, ad collimitanda omnia membra fuerint
| assumptæ, manifestum est tridistinctionem qua-
| drimembris esse $ABC, AbC, aBC, \alpha BC$, cuius
| vni membro ABC , propinqua tria: cumque hu-
| iusmodi non possit aliter esse; manifestum est vnam
| speciem esse.
| Quare, &c.

Theor. 26. Prop. 26.

Tridistinctio quadrimembris, cuius ab vno membro remota tria, vna.

Hypoth.

Esto tridistinctionis quadrimembris vnum membrum ABC , à quo remota reliqua tria.

Dico tridistinctionem quadrimembrem huiusmodi vnam esse.

Demonstr.

def. 7. Membri ABC , tres partes A, B, C , singulae trifariam assumptæ, cum contradictorijs reliquarum, collimitant tria membra Abc, aBc, abC , ab ABC , remota: cumque singulae, singularumque contradictoriæ omnes, & non vna eadem, ad collimitanda omnia membra, fuerint assumptæ, manifestum est tridistinctionem quadrimembrem esse ABC, Abc, aBc, abC , cuius ab vno membro ABC , remota tria: cumque huiusmodi non possit aliter esse; manifestum est vnam speciem esse.

21. 2.

10. 2.

Quare, &c.

Theor. 27. Prop. 27.

Tridistinctiones sexdecim.

Demonstr.

8. b. Bimembris vna, Trimembres duæ, Quadrimembres
16. b. quinque, Quintimembres tres, Sextimembres tres,
19. b. Septimembris vna, Octomembris vna, numerum
11. b. omnium sexdecim componunt.
4. b. Quare, &c.
3. b.
2. b.

THEOREMAT A.

- 28 Tridistinctionis bimembris sex partes singula collimitant membra : vt ABC, abc .
-
- 29 Tridistinctionis trimembris, cuius vnum par membrorum, tres partes bina, tres singula collimitant membra : vt ABC, abc, Abc .
-
- 30 Tridistinctionis trimembris, cuius nullum par, tres partes bina, tres singula collimitant : vt ABC, Abc, aBc .
-
- 31 Tridistinctionis quadrimembris duorum parium membrorum, sex partes bina collimitant : vt ABC, abc, Abc, aBC .
-
- 32 Tridistinctionis quadrimembris duorum mediorum : inuicem propinquorum, duæ partes terna, duæ bina, duæ singula collimitant membra : vt ABC, abc, Abc, AbC .
-
- 33 Tridistinctionis quadrimembris duorum mediorum ab inuicem remotorum, vna pars terna, quatuor bina, vnum collimitant : vt ABC, abc, Abc, aBc .
-
- 34 Tridistinctionis quadrimembris, cuius tria membra reliquo sunt propinqua, tres partes terna, tres singula collimitant : vt ABC, Abc, AbC, aBC .
-
- 35 Tridistinctionis quadrimembris, cuius tria membra à reliquo sunt remota, sex partes bina collimitant membra : vt ABC, Abc, aBc, abC .
-
- 36 Tridistinctionis quintimembris duorum parium, tria terna, tria bina, collimitant membra : vt ABC, abc, Abc, abC .
-
- 37 Tridistinctionis quintimembris trium ab inuicem remoto-

motorum mediorum tres partes terna, tres bina collimitant: vt ABC, abc, ABc, aBC, AbC .

38 Tridistinctionis quintimembris trium mediorum, duorum vni propinquorum, vna pars quatuor, duæ terna, duæ bina, vna vnum membrum collimitant: vt ABC, abc, ABc, aBc, Abc .

39 Tridistinctionis sextimembris trium parium, sex partes terna collimitant membra: vt $ABC, abc, ABc, abC, aBc, AbC$.

40 Tridistinctionis sextimembris duorum mediorum ab inuicem remotorum, vna pars quatuor membra, quatuor partes terna, vna duo membra collimitant: vt $ABC, abc, ABc, abC, aBc, Abc$.

41 Tridistinctionis sextimembris duorum mediorum inuicem propinquorum, duæ partes quaterna, duæ terna, duæ bina collimitant: vt $ABC, abc, ABc, abC, aBc, AbC$.

42 Tridistinctionis septimembris tres quaterna, tres terna collimitant: vt $ABC, abc, ABc, abC, Abc, aBC, AbC$.

43 Tridistinctionis octomembris sex partes quaterna collimitant membra: vt $ABC, abc, ABc, abC, Abc, aBC, AbC, aBc$. Quorum omnium ex ipso aspectu characterum, & numeratione, facilis est demonstratio.

Theor. 44. Prop. 44.

Tridistinctio bimembris improprie est tridistinctio, & verius est simplex distinctio.

Demonstr.

28. b. | Nam tridistinctionis bimembris tres partes, quæ vnū collimitant membrum, sunt congruentes; alioquin

P. P.

quin non duorum tantum membrorum esset tridistinctio: cumque sint congruentes, verius una sunt pars, quam tres; & eorum contradictoriae invicem congruentes, alia sunt pars; tresque distinctiones, una sunt distinctio; & tridistinctio est simplex distinctio. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 45. Prop. 45.

Tridistinctio trimembris, cuius unum par membrorum, est bidistinctio.

Hypoth.

Esto tridistinctio trimembris, cuius unum par membrorum ABC, abc, ABc .

Dico hanc esse bidistinctionem BC, bc, Bc .

Demonstr.

reg. 8. 3.

P. P.

5. 3.

2. 3.

4. 3.

Def. 6. p.

2.

Quoniam A, B , non nisi simul collimitant, sunt congruentes, & sunt una pars B ; item a, b , congruentes sunt, & pars una b ; & duae distinctiones A, a ; B, b , una distinctio B, b : quae cum distinctione C, c , faciunt bidistinctionem trimembrem BC, bc, Bc ; non bimbrem, alioquin Bc , non collimitarent; nec quadrimembrem, alioquin bc , collimitarent, ideoque etiam abc , collimitarent, contra hypothesis.

Quare, &c.

Theor. 46. Prop. 46.

Tridistinctio quadrimembris, cuius duo paria membrorum, est bidistinctio.

Hypoth.

Esto tridistinctio quadrimembris, cuius duo paria membrorum, ABC, abc, ABc, aBC .

Dico hanc esse bidistinctionem AC, ac, Ac, aC .

Idem.

De-

Demonstr.

112. 8. 3. Quoniam B, C , non nisi simul collimitant, sunt con-
 gruenter, & sunt una pars C ; item b, c , sunt una,
 pars c ; & duæ distinctiones B, b, C, c , una distinctio:
 1. 1. quæ cum distinctione A, a , faciunt bidistinctionem
 1. 3. quadrimembrem AC, ac, Ac, aC . Quod, &c.
 Quare, &c.

L A V S D E O.



*Vidi ego Silueſter Bonfiliolus Philoſ. & Med.
Doct. pro Reuerendiſs. P. Inquiſit. Bonon.
& admiſſi poſſe cenſui.*

*V. D. Fulgentius Orighetus Pænitentiar. pro
Eminentiff. & Reuerendiſs. D. D. Card.
Hieronymo Boncompagno, Bonon. Archie-
piſc. & Principe.*

Imprimatur

Vic. S. Officij Bonon.